

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации Федеральное
государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Вятский государственный агротехнологический университет»

Институт инженерии и агробιοтехнологии
Кафедра общетехнических дисциплин

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ
В АГРОПРОМЫШЛЕННОМ КОМПЛЕКСЕ**

программа для подготовки к вступительному испытанию,
проводимого ФГБОУ ВО "Вятский ГАТУ" для поступающих по
программам бакалавриата, программам специалитета

Общие указания

На экзамене по математике поступающий в высшее учебное заведение должен уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений, производить приближённую оценку результата.
2. Производить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрической функций; знать характеристики этих функций: область определения, область значения, чётность, периодичность, стационарные точки и некоторые частные значения.
4. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств. В частности, решать уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические функции, решать тригонометрические уравнения, а также простейшие тригонометрические неравенства.
5. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.
6. Изображать эскизно-геометрические фигуры и тела, и производить простейшие построения на плоскости.
7. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии – при решении геометрических задач.

Примерные задачи к экзамену.

1. Найдите значение выражения: $\left(4,5 + 2\frac{1}{6}\right) \cdot 0,375$.
2. Найдите значение выражения: $\frac{3^6}{3^{-2}3^8}$.
3. Решите уравнение: $\sqrt{\frac{5}{3x-7}} = 1$.
4. Площадь земель фермерского хозяйства, отведенных под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 150 га и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 3:2 соответственно. Сколько гектаров занимают овощные культуры?
5. Решите уравнение: $\log_4(6 - 4x) = 2$.
6. Число дорожно-транспортных происшествий (ДТП) в летний период составило 0,73 числа ДТП в зимний период. На сколько процентов уменьшилось число дорожно-транспортных происшествий летом по сравнению с зимой.
7. Решите неравенство: $4x - x^3 \geq 0$.
8. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{8}t^2 - 4t + 2$, где x - расстояние от точки отсчета в метрах, t - время в секундах, измеренное с начала движения. Найти ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 2$ с.
9. Ромб и квадрат имеют одинаковые стороны. Найти площадь ромба, если его острый угол равен 30° , а площадь квадрата равна 15.
10. Два ребра прямоугольного параллелепипеда равны 1 и 2, а объем параллелепипеда равен 15. Найти площадь поверхности этого параллелепипеда.

**Краткие методические указания по подготовке к вступительным экзаменам
по математике**

Элементарная математика

1.1. Факториал.

$$\stackrel{\text{def}}{n!} = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n \quad (\forall n \in \mathbf{N}), \quad \stackrel{\text{def}}{0!} = 1, \quad \stackrel{\text{def}}{1!} = 1.$$

$$\text{Формула Стирлинга: } n! \approx \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n} \text{ при } n \rightarrow \infty.$$

$$\text{Двойной факториал } (\forall k \in \mathbf{N}): \quad (2k)!! = 2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (2k), \quad (2k+1)!! = 1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2k+1), \\ \stackrel{\text{def}}{0!!} = 1.$$

1.2. Формулы сокращенного умножения:

$$\alpha) (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2; \quad (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3;$$

$$\beta) \text{ бином Ньютона: } (a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1}b + C_n^2 a^{n-2}b^2 + \dots + C_n^{n-1} ab^{n-1} + b^n$$

$$(\forall a, b \in \mathbf{R}; n \in \mathbf{N}), \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n;$$

$$\gamma) a^2 - b^2 = (a+b)(a-b); \quad a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2);$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2).$$

1.3. Квадратные уравнения:

$$\alpha) ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

$$\beta) x^2 + px + q = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}; \quad \text{теорема Виета: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 x_2 = q \end{cases}.$$

1.4. Модуль вещественного числа:

$$\alpha) |a| = \begin{cases} a & \text{при } a \geq 0 \\ -a & \text{при } a < 0 \end{cases} \quad (\forall a \in \mathbf{R});$$

$$\beta) |a| \geq 0, \quad |a+b| \leq |a| + |b|, \quad |a-b| \geq |a| - |b|, \quad |ab| = |a| \cdot |b|, \quad \left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|} \quad (b \neq 0);$$

γ) арифметический корень: $\sqrt[n]{a^2} = |a|$, $\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|$ ($\forall n \in \mathbf{N}$).

1.5. Степени с рациональными показателями:

$$\alpha) a^1 = a \quad (\forall a \in \mathbf{R}); a^0 = 1 \quad (\forall a \in \mathbf{R} \setminus \{0\});$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ множителей}} \quad (\forall n \in \mathbf{N}, a \in \mathbf{R}); a^{-p} = \frac{1}{a^p} \quad (\forall a \in \mathbf{R}^+, p \in \mathbf{R});$$

$$a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k} \quad (\forall a \in \mathbf{R}^+, k, n \in \mathbf{N});$$

$$\beta) a^p a^q = a^{p+q}; \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}; (a^p)^q = a^{pq};$$

$$(ab)^p = a^p b^p; \left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p} \quad (\forall a, b \in \mathbf{R}^+, p, q \in \mathbf{Q}).$$

1.6. Показательная функция:

$$\alpha) y = a^x, a > 0, a \neq 1, x \in \mathbf{R}, y > 0;$$

$$\beta) x_2 \geq x_1 \Rightarrow \begin{cases} a^{x_2} \geq a^{x_1} & \text{при } a > 1 \\ a^{x_2} \leq a^{x_1} & \text{при } 0 < a < 1 \end{cases}.$$

1.7. Логарифмическая функция:

$$\alpha) y = \log_a x, a > 0, a \neq 1, x > 0, y \in \mathbf{R};$$

$$\beta) \log_a 1 = 0, \log_a a = 1, a^{\log_a m} = m \quad (\forall m \in \mathbf{R}^+);$$

$$\gamma) \log_a(bc) = \log_a|b| + \log_a|c|, \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a|b| - \log_a|c|,$$

$$\log_a b^k = k \log_a b \quad (\forall b \in \mathbf{R}^+, k \in \mathbf{R});$$

$$\delta) \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad (\forall c \in \mathbf{R}^+ \setminus \{1\}), \log_a b = \frac{1}{\log_b a} \quad (\forall b \in \mathbf{R}^+ \setminus \{1\});$$

$$\varepsilon) x = a^p \Leftrightarrow p = \log_a x \quad (\forall x, a \in \mathbf{R}^+, a \neq 1, p \in \mathbf{R}).$$

1.8. Тригонометрические функции.

$$\alpha) y = \sin x, x \in \mathbf{R}, |\sin x| \leq 1, \sin(-x) = -\sin x;$$

$$y = \cos x, x \in \mathbf{R}, |\cos x| \leq 1, \cos(-x) = \cos x;$$

$$y = \operatorname{tg} x, x \neq \frac{\pi}{2}(2k+1), k \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{R}, \operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x;$$

$$y = \operatorname{ctg} x, x \neq \pi k, k \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{R}, \operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x.$$

α функции	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	Знаки функций				Период
								I	II	III	IV	
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	+	+	-	-	2π
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	+	-	-	+	2π
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	+	-	+	-	π
$\operatorname{ctg} \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0	+	-	+	-	π

$$\beta) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha};$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}; \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}; \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha};$$

$$\gamma) \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha; 1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha; 1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha;$$

δ) Универсальная подстановка:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = t \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2t}{1+t^2}, \cos \alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{2t}{1-t^2};$$

$$\varepsilon) \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta; \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta};$$

$$\lambda) \sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}, \quad \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2};$$

$$\lambda) \sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)],$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)],$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)];$$

$$\mu) \sin x = p, \quad |p| \leq 1 \Rightarrow x = (-1)^k \arcsin p + k\pi, \quad k \in \mathbf{Z};$$

$$\cos x = p, \quad |p| \leq 1 \Rightarrow x = \pm \arccos p + 2k\pi, \quad k \in \mathbf{Z};$$

$$\operatorname{tg} x = m, \quad m \in \mathbf{R} \Rightarrow x = \operatorname{arctg} m + k\pi, \quad k \in \mathbf{Z};$$

$$\operatorname{ctg} x = m, \quad m \in \mathbf{R} \Rightarrow x = \operatorname{arcctg} m + k\pi, \quad k \in \mathbf{Z};$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq \arccos x \leq \pi, \quad -\frac{\pi}{2} < \operatorname{arctg} x < \frac{\pi}{2}, \quad 0 < \operatorname{arcctg} x < \pi;$$

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x, \quad \operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x,$$

$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x, \quad \operatorname{arcctg}(-x) = \pi - \operatorname{arcctg} x.$$

1.11. Геометрия.

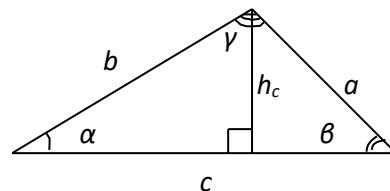
α) Произвольный треугольник:

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2}ch_c = \frac{1}{2}bc\sin\alpha = \frac{1}{2}ac\sin\beta;$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha;$$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R,$$

где R – радиус описанной окружности.

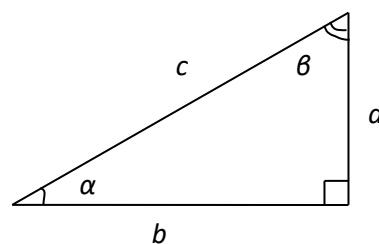


β) Прямоугольный треугольник:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

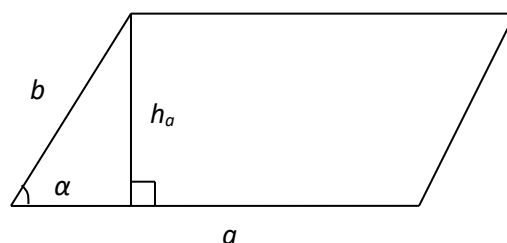
$$a = c\sin\alpha = c\cos\beta, \quad b = c\sin\beta = c\cos\alpha,$$

$$a = b\tg\alpha = b\ctg\beta, \quad b = a\tg\beta = a\ctg\alpha.$$



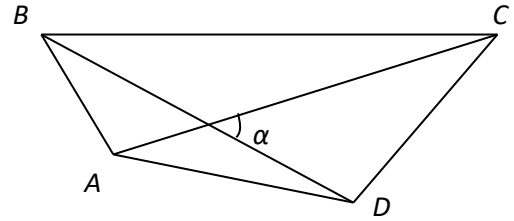
γ) Параллелограмм:

$$S = ah_a = ab\sin\alpha.$$



δ) Произвольный выпуклый
четырёхугольник:

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha, \quad d_1 = |AC|, \quad d_2 = |BD|.$$

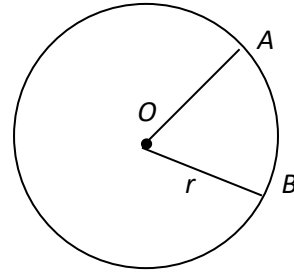


ε) Окружность, круг:

$$S_{\text{кр}} = \pi r^2, \quad l_{\text{окр}} = 2\pi r;$$

$$S_{(OAB)} = \frac{1}{2} r^2 \alpha, \quad l_{\alpha} = \left| \overset{\cup}{AB} \right| = r \alpha,$$

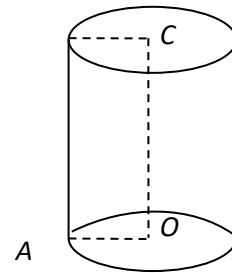
α – в радианах.



χ) Цилиндр:

$$V = \pi r^2 H, \quad r = |OA|, \quad H = |OC|.$$

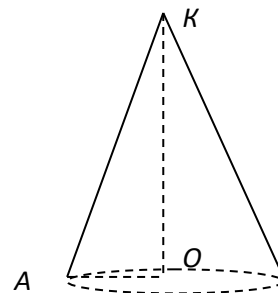
$$S_{\text{бок}} = 2\pi r H, \quad S = 2\pi r H + 2\pi r^2.$$



λ) Конус

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 H, \quad r = |OA|, \quad H = |OK|.$$

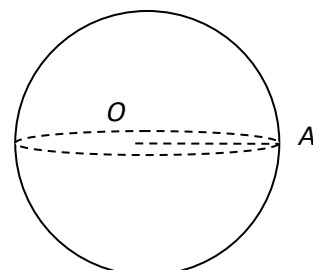
$$S_{\text{бок}} = \pi r l, \quad S = \pi r l + \pi r^2, \quad l = |AK|.$$



μ) Шар

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3, \quad R = |OA|.$$

$$S = 4\pi R^2.$$



Рекомендуемая литература

При подготовке к вступительным экзаменам по математике наряду со школьными учебниками и учебными пособиями может быть использована следующая литература:

1. Сборник задач по математике для поступающих во ВТУЗы, в двух книгах (под ред. М.И. Сканави). – М.: Высшая школа, 1994 г., и последующие издания.
2. Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во ВТУЗы (под ред. М.И. Сканави). М.: Высшая школа, 1978 г., и последующие издания.
3. Типовые задачи вступительных экзаменов в вузы по математике (под ред. А.И. Болотина). М.: Машиностроение, 1992 г.
4. Сборник задач по математике для поступающих в вузы (под ред. А.И. Прилепко). М.: Высшая школа, 1983 г.
5. Пособие по математике для поступающих в вузы (Г.В. Дорофеев и др.). М.: Наука, 1976 г., и др. издания.
6. Математика для поступающих в вузы (Г.В. Дорофеев и др.) М.: Дрофа, 1996 г.
7. Н. П. Антонов и др. Сборник задач по элементарной математике. М.: Наука, 1965 г., и последующие издания.